

从蜘蛛网到坐标系

——坐标系的由来

坐标系是现代数学中的重要内容，它在数学发展的历史上，起过划时代的作用。坐标系的创建，在代数和几何之间架起了一座桥梁。利用坐标系，我们可以方便地用代数的方法确定平面内一个点的位置，也可以方便地确定空间内一个点的位置。它使几何概念得以用代数的方法来描述，几何图形可以通过代数形式来表达，这样便可将抽象的代数方程用形象的几何图形表示出来，又可将先进的代数方法应用于几何学的研究。今天，直角坐标系对于我们来说，已经不算什么新鲜的东西了，学过初中数学的人都学过直角坐标系。但是，如果让你把直角坐标系和蜘蛛网联系起来，你可能会感到风马牛不相及。

传说中有这么一个故事：笛卡尔（法国哲学家、数学家、物理学家）生病卧床，但他头脑一直没有休息，连做梦都在琢磨这样一个问题：几何图形是直观的，而代数方程则比较抽象，能不能用几何图形来表示代数方程呢？经过反复思考，他发现，用几何图形表示代数方程的关键是如何把组成几何图形的点和满足方程的“数”挂上钩。他脑海中始终萦绕着、即使在睡梦中也在思考着一个问题：通过什么样的办法、才能把“点”和“数”联系起来。有一天，他看见屋顶角上的一只蜘蛛，拉着丝垂了下来，一会儿，蜘蛛又顺着丝爬上去，在上边左右拉丝。蜘蛛的“表演”，使笛卡尔思路豁然开朗。他想，可以把蜘蛛看做一个点，它在屋子里上、下、左、右运动，能不能把蜘蛛的每个位置用一组数确定下来呢？这是可以做到的。他又想，屋子里相邻的两面墙与地面交出了三条线，如果把地面上的墙角作为起点，把交出来的三条线作为三根数轴，那么空间中任意一点的位置，不是都可以用这三根数轴上找到的有顺序的三个数来表示吗？反过来，任意给一组三个有顺序的数，例如 3、2、1，也可以用空间中的一个点 P 来表示它们（如图 1）。同样，用一组数 (a, b) 可以表示平面上的一个点，平面上的一个点也可以用一组二个有顺序的数来表示（如图 2）。于是在蜘蛛的启示下，笛卡尔创建了坐标系。

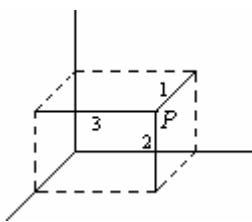


图 1

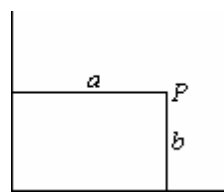


图 2

无论这个传说是不是真实，有一点是可以肯定的，就是笛卡尔是个勤于思考的人。这个有趣的传说，就象瓦特看到蒸汽冲起开水壶盖发明了蒸汽机、牛顿因被树上掉下来的苹果砸了脑袋而悟出了万有引力一样，说明笛卡尔在创建坐标系的过程中，很可能是受到周围一些事物的启示，触发了灵感。

笛卡尔在创建坐标系的基础上，创造了用代数方法来研究几何图形的数学分支——解析几何。他的设想是：只要把几何图形看成是动点的运动轨迹，就可以把几何图形看成是由具有某种共同特性的点组成的。比如，我们把圆看成是一个动点对定点 O 作等距离运动的轨迹，也就可以把圆看作是由无数个到定点 O 的距离等于定长的点组成的。我们把点看作是组成图形的基本元素，把数看成是组成方程的基本元素，只要把点和数挂上钩，也就可以把几何和代数挂上钩。

把图形看成点的运动轨迹，这个想法很重要！它从指导思想上，改变了传统的几何方法。笛卡尔根据自己的这个想法，在 1637 年发表的《几何学》中，引入坐标观念，指出平面上的点和实数对 (x, y) 之间的对应关系；通过坐标法提出用曲线表示方程的思想，这样就可以通过几何的直观方法分析方程；通过代数方法提出用方程表示曲线的思想，渗透了变量和函数的思想，最早为运动着的点建立坐标，开创了几何和代数挂钩的解析几何。在解析几何中，动点的坐标就成了变数，这是数学第一次引进变数。

恩格斯高度评价笛卡尔的工作，他说：“数学中的转折点是笛卡尔的变数。有了变数，运动进入了数学，有了变数，辩证法进入了数学。”

对于坐标系，法国著名的业余数学家费马也曾研究过，并独立于笛卡尔发明了斜坐标系。他和笛卡尔一样，对解析几何学的诞生作过贡献，从费马的著作《平面与立体轨迹引论》中可以看到他对解析几何研究的成果。但因费马不承认负数，所以费马研究的方程的曲线局限于第一象限。在笛卡尔和费马之后，数学家们继承和发展了他们的解析几何思想，使之逐步成熟和完善。1655 年英国数学家沃利斯引进负的纵、横坐标，使解析几何中的曲线范围扩展到了整个平面。后来，在 1729 年—1733 年期间，德国数学家赫尔曼明确提出了极坐标的概念，创立了极坐标。到 1748 年由欧拉给出了极坐标的现代形式。

坐标方法在日常生活中用得很多。例如围棋、象棋、国际象棋中棋子的定位；电影院、剧院、体育馆的看台的座位、火车车厢的座位及高层建筑的房间编号等都用到坐标的概念。随着同学们所学知识的不断增加，坐标方法的应用会更加广泛。

【附录】

一、【笛卡尔简介】

笛卡尔（1596 年～1650 年），首先是一位杰出的近代哲学家。他是近代生物学的奠基人、第一流的物理学家，同时也是一位数学家，是科学方法论的创立者之一。他的父亲是一位相当富有的律师。笛卡尔大学毕业后去巴黎当律师，在那里他花了一年的时间，跟两位神甫一起研究数学。其后九年中，他曾在几个军队中服役，但他一直研究数学。在荷兰布莱达地方的招贴牌有一个挑战性的问题，被他解决了。这使他自信有数学才能，从而开始用心于数学。回到巴黎后，他为望远镜的威力所激动，又一心钻研光学仪器的理论和构造。1682 年他 32 岁时移居荷兰，得到较为安静自由的学术环境，在那里住了二十年，写出了著名的作品。1649 年他被邀请去做瑞典女皇的教师，第二年在那里患肺炎逝世，享年

五十四岁。

1637年笛卡尔写的《正确地指导推理和寻求科学真理的方法论》一书出版，这是一本文学和哲学的经典著作，系统地论述了他的科学方法论。《正确地指导推理和寻求科学真理的方法论》后面有三个著名的附录：《几何学》、《折光学》和《气象学》。《几何学》是他所写的唯一一本数学书，虽然该文隐晦难读，但他关于坐标几何的思想，就包括在它的这本《几何学》中，该文的内容实质上是宣告了《解析几何学》的诞生，《几何学》被作为初等数学进入高等数学的转折点而载入史册。笛卡尔的其他著作有《指导思维的法则》，《世界体系》，《哲学原理》，《音乐概要》等。

二、【苏步青的故事】

苏步青1902年9月出生在浙江省平阳县的一个山村里。虽然家境清贫，可他父母省吃俭用，拼死拼活也要供他上学。他在读初中时，对数学并不感兴趣，觉得数学太简单，一学就懂。可是，后来的一堂数学课影响了他一生的道路。

那是苏步青上初三时，他就读的浙江省立十中来了一位刚从东京留学归来的教数学课的杨老师。第一堂课杨老师没有讲数学，而是讲故事。他说：“当今世界，弱肉强食，世界列强依仗船坚炮利，都想蚕食瓜分中国。中华亡国灭种的危险迫在眉睫，振兴科学，发展实业，救亡图存，在此一举。‘天下兴亡，匹夫有责’，在座的每一位同学都有责任。”他旁征博引，讲述了数学在现代科学技术发展中的巨大作用。这堂课的最后一句话是：“为了救亡图存，必须振兴科学。数学是科学的开路先锋，为了发展科学，必须学好数学。”苏步青一生不知听过多少堂课，但这一堂课使他终身难忘。

杨老师的课深深地打动了她，给他的思想注入了新的兴奋剂。读书，不仅为了摆脱个人困境，而是要拯救中国广大的苦难民众；读书，不仅是为了个人找出路，而是为中华民族求新生。当天晚上，苏步青辗转反侧，彻夜难眠。在杨老师的影响下，苏步青的兴趣从文学转向了数学，并从此立下了“读书不忘救国，救国不忘读书”的座右铭。一迷上数学，不管是酷暑隆冬，霜晨雪夜，苏步青只知道读书、思考、解题、演算，4年中演算了上万道数学习题。现在温州一中（即当时省立十中）还珍藏着苏步青一本几何练习簿，用毛笔书写，工工整整。中学毕业时，苏步青门门功课都在90分以上。

17岁时，苏步青赴日留学，并以第一名的成绩考取东京高等工业学校，在那里他如饥似渴地学习着。为国争光的信念驱使苏步青较早地进入了数学的研究领域，在完成学业的同时，写了30多篇论文，在微分几何方面取得令人瞩目的成果，并于1931年获得理学博士学位。获得博士之前，苏步青已在日本帝国大学数学系当讲师，正当日本一个大学准备聘他去任待遇优厚的副教授时，苏步青却决定回国，回到抚育他成长的祖国任教。回到浙大任教授的苏步青，生活十分艰苦。面对困境，苏步青的回答是“吃苦算得了什么，我心甘情愿，因为我选择了一条正确的道路，这是一条爱国的光明之路啊！”

这就是老一辈数学家那颗爱国的赤子之心。