

数学家的“圣经”

——欧几里得《几何原本》

几何学对我们来说并不陌生，无论哪个国家的中学生，可能都要学习几何内容。现在我们所学习的几何学就是以欧几里得几何为基础的，欧几里得几何的产生和发展已经有了二千多年的历史。尽管科学技术日新月异，但是欧几里得几何仍不失是对中学生培养、提高思维能力的好教材。历史上不知有多少科学家从学习几何中得到益处，从而作出伟大的贡献。

几何学到公元前四世纪，经过一大批希腊数学家的努力，已经有了丰富的内容，但是内容繁杂、孤立、不系统。是希腊杰出的数学家欧几里得，非常详尽地搜集了当时所能知道的一切几何知识，整理成一门有着严密系统的理论，写成了数学史上早期的巨著——《几何原本》

《几何原本》集当时希腊数学之大成，开公理化方法之先河，对后世数学以及其他科学产生了难以估量的影响。为此，人们称《几何原本》为数学家的“圣经”。

《几何原本》是在前人工作基础上编写的，共 13 卷，总计含有 460 多个命题。这本书不单是讲几何，还有相当大一部分讲了初等数论和几何式代数。第 1 卷含 48 个命题，主要内容是直线图形的性质；第 2 卷含 14 个命题，主要内容是几何式代数（面积变换）；第 3 卷含 37 个命题，主要内容是圆论；第 4 卷含 16 个命题，主要内容是圆内接、外切多边形；第 5 卷含 25 个命题，主要内容是比例论；第 6 卷含 33 个命题，主要内容是比例论应用于相似形；第 7 卷含 39 个命题，主要内容是约数、倍数、整数的比例；第 8 卷含 27 个命题，主要内容是等比数列、连比例、平方数、立方数；第 9 卷含 36 个命题，主要内容是平面数、方体数、质数、奇数、偶数、完全数；第 10 卷含 115 个命题，主要内容是不可公度量（无理量）理论；第 11 卷含 39 个命题，主要内容是立体图形的性质；第 12 卷含 18 个命题，主要内容是面积、体积理论（穷竭法）；第 13 卷含 18 个命题，主要内容是正多边形和正多面体。这些内容可归属为四个方面：第一，平面几何：前 6 卷主要讲平面几何，共 173 个命题。第二，初等数论：第 7、第 8、第 9 三卷共 102 个命题。第三，无理量理论：第 10 卷，含 115 个命题。第四，立体几何：第 11、第 12、第 13 三卷共 75 个命题。

《几何原本》卷 1 的命题 1~26 主要讨论了三角形和垂线，其中命题 4 就是现在初中几何中的三角形全等公理：两条边及其夹角对应相等的两个三角形全等。欧几里得把它作为定理，并根据叠合公理用古老的叠合法予以证明。命题 47 即勾股定理，据信是由欧几里得本人想出来的证明方法，至今仍保留在中学数学课本里。卷 6 是比例论的应用，也涉及几何式代数，包括通过几何作图解一元二次方程。《几何原本》中的初等数论把数看作线段，但在论证时并不依赖于几何。卷 11 中对球、圆柱、圆锥等立体图形，都象现在一样动态地定义为由一个平面图形绕轴旋转得出的。卷 13 讲正多边形的性质，论述了怎样在球内作出

5 种内接正多面体的问题，最后证明了正多面体不能多于 5 种。

《几何原本》从少数几个公理出发，由简到繁地推演出 460 多个命题，建立起人类史上第一个完整的公理演绎体系，是希腊数学的最大成功，成为数学史上的一座丰碑。从古代直至十九世纪，它不仅是几何学的标准教科书，而且被认为是研究数学者所必读的经典。欧几里得为几何证明提供了规范，书中许多证明是他本人独创的，表现了很高的技巧。书中的证明方法主要有综合法、分析法和归谬法（反证法），这些证法在欧多克索斯时代已经有了，在《几何原本》中更加完善。

《几何原本》的手抄本流传了一千七百多年后，才有印刷本，长期印刷中，出现了一千多种版本，从希腊文先后译为阿拉伯文、拉丁文、英文等，科学书籍中，在使用时间之长、范围之广、影响之大方面，《几何原本》堪称首屈一指。

《几何原本》传入中国分为三个阶段：第一个阶段是 1607 年，意大利传教士利玛窦和明末科学家徐光启在北京合译《几何原本》前六卷，首创了书中全部有关数学名词的中文译法，其中许多至今仍仍在沿用。第二个阶段是 1852 年~1858 年，清末数学家李善兰和英国传教士伟烈亚力等人合作在上海翻译、出版《几何原本》后九卷（最后两卷是伪作）。第三个阶段是在当时中国政坛举足轻重的人物曾国藩的支持下，《几何原本》全刻本的产生。1868 年，李善兰受聘为北京同文馆天文算学总教习，随后《几何原本》被列为这所当时的中国官办最高学府的必修课教材。

《几何原本》是介绍西方科学的第一部著作，它向我国读者介绍了西方的几何知识，介绍了逻辑论证的方法，以及希腊几何的高度抽象的特点。当《几何原本》出版后，明末清初的中国数学家们就对欧几里得的几何表现了很大的关注，并且围绕它发表了一些专门的著作。如方中通的《几何约》、杜知耕的《几何论约》、梅文鼎的《几何通解》等等。此外，在《几何原本》出版后，那种重视理论、讲究逻辑论证的风气开始流行起来。

徐光启对《几何原本》的逻辑结构称赞不已，他说：“此书有四不必：不必疑，不必揣，不必试，不必改。有四不可得：欲脱之不可得，欲驳之不可得，欲减之不可得，欲前后更置之不可得。有三至三能：似至晦实至明，故能以其明明他物之至晦；似至繁实至简，故能以其简简他物之至繁；似至难实至易，故能以其易易他物之至难。易生于简，简生于明，综其妙在明而已。”徐光启这番话虽不免有些夸大其词，但反映了他对数学逻辑系统的认识。梁启超曾评价《几何原本》前六卷译本为“字字精金美玉，是千古不朽的著作”。

无论多少高明的学者，也不可能把所有问题都解决，在高度评价《几何原本》的伟大意义的同时，也不要无视它的局限性。《几何原本》还有不少破绽和漏洞。从十九世纪中叶起，随着数学严密化运动的深入，数学家们重新审视了《几何原本》，发觉了不少缺点。其中主要是理论尚不够严密，无意中使用了不少作者未曾提出而且无疑也未曾发觉的假定，有时利用了从图形上看是显然的事实作为证明的前提，对有些定义的叙述欠妥，或显得含

糊其词，刻划不当。此外，全书在组织上也未一气呵成。某些部分有重复或堆砌之弊，个别命题的证明有遗漏或错误等。正是这些破绽、漏洞的发现和解决，推动着几何学的不断发展。

【附录】

一、【“几何”一词的由来】

“几何”，在我国文言文中原是“多少”的意思。

意大利传教士利玛窦和我国明末科学家徐光启 1607 年合译的《几何原本》中，首先把它作为一个数学专有名词的译名，并被沿用下来，成为现在数学分支的名称，甚至被日本等国所接受。

利玛窦和徐光启为什么用“几何”这个译名，国内外学者对此有三种说法：

1. 音译说：“几何”是拉丁文 Geometria 的字头“Geo”的音译；
2. 意译说：“几何”是多少的意思，我国数学书上经常要问：“几何”；
3. 音意并译说：是上述两种说法的折衷。

经考证，以上三种说法都不太确切。这是因为，音译的说法是与当时利玛窦处处力求符合中国传统习惯、迎合中国人民的心理、以便于传教的做法相违背的。更重要的是，利玛窦和徐光启合译《几何原本》的底本是德国数学家克拉维乌斯的注释本，书名中根本没有“Geometria”这个词，因此，音译的说法不能成立。当然，音意并译的说法也就不能成立了。

至于意译的说法，认为“几何”是“多少”的意思，也未必确切。用“几何”（量）作为这本书的书名，似乎过份强调了量，而忽略了它的图形性质的内容，有些欠妥当。但是如果从全书十五卷内容来看，研究“量”的内容居多，“形”的内容居少。两位译者也着眼于量的研究，甚至把数学看成是研究量的学科，这可能是既受着中国传统数学的影响，又受到当时欧洲特别重视数量关系的影响，他们把这本书推崇为“度数之宗”，故取名为《几何原本》。这个名称在当时就被接受，所以尽管后来曾出现过“形学”的名称，而“几何”一词却一直沿用至今。

二、【欧几里得简介】

欧几里得（公元前 330 年～公元前 275 年）是被后人尊为“几何学之父”的希腊数学家。欧几里得生于雅典，早年曾在柏拉图学园受过教育。约在公元前 300 年应托勒密一世的邀请，来到亚历山大大学从事研究和教学。欧几里得治学严谨，他的那句名言“几何中没有王者之路”，表达了他尊重科学而不屈服于帝王权威的学者风度。

欧几里得以《几何原本》著称于世，这本书使欧几里得之前的数学书都相形见绌。除了《几何原本》之外，欧几里得的其它著作约有 10 本，以《二次曲线》最为重要，可惜已经失传。

欧几里得是一位受人尊敬的、温良敦厚的学者、教育家。对前来就学的青年学生，他总是循循善诱地教导，他反对不肯刻苦钻研、投机取巧的作风，他也反对以谋金钱为目的的狭隘观点。传说有一个青年学生刚刚开始学第一个命题，就问欧几里得，他学了几何有什么好处，欧几里得听了很气愤，对仆人说：“给他三个钱币，叫他走吧！因为他学习是为了获取金钱和利益。”